

Über den Einfluß von Konfigurationsmischung auf die Schalenmodelluntersuchung der Kerne C^{14} , N^{14} , O^{14}

VON KARL OTT *

Aus dem Max-Planck-Institut für Physik in Göttingen **

(Z. Naturforsch. 14 a, 769—783 [1959]; eingegangen am 18. April 1959)

Zur Untersuchung der Frage nach der langen Lebensdauer des C^{14} -Kernes gegen β -Zerfall und nach dem Vorzeichen und der Größe des Quadrupolmoments des N^{14} -Kernes wurde der Einfluß der d-Beimischung in den Schalenmodell-Wellenfunktionen der $A=14$ -Polyade berechnet. Die Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung wurde an den Zwei-Nukleonendaten justiert. Die Anpassung ist für zwei stark voneinander verschiedene Wechselwirkungstypen möglich:

- (1) starke Zentralkraft mit schwacher Tensorkraft langer Reichweite und
- (2) schwache Zentralkraft mit starker Tensorkraft kurzer Reichweite. Für den zweiten dieser beiden Wechselwirkungsansätze sind die Abweichungen der p-Schalenergebnisse von den empirischen Daten so gering, daß sie in den Größenbereich der berechneten Beiträge der Konfigurationsbeimischung fallen, so daß eine genauere Übereinstimmung bei Vernachlässigung höherer Konfigurationen als zufällig angesehen werden muß. Damit sind die oben erwähnten Fragen weitgehend aufgeklärt.

1. Problemstellung

Der β -Zerfall des C^{14} - und das Quadrupolmoment des N^{14} -Kernes bereiten einer Erklärung mit Hilfe des Schalenmodells (HAXEL, JENSEN und SUESS¹ und GOEPPERT-MAYER²) erhebliche Schwierigkeiten. Von den in der Literatur diskutierten Möglichkeiten zur Behebung dieser Diskrepanz (vgl. Abschn. 5) hat die der „zufälligen Kompensation“ aller Terme im Matricelement des C^{14} - β -Zerfalls die größte Erfolgsaussicht. Das heißt: Die Wellenfunktionen der C^{14} - und N^{14} -Grundzustände, aus denen sich das (empirisch praktisch verschwindende) Matricelement des C^{14} - β -Zerfalls (M_{GT}) aufbaut, haben eine so spezielle Struktur, daß M_{GT} praktisch zu Null wird. Wenn sich herausstellt, daß diese Wellenfunktionen ausschließlich (abgesehen von dem He^4 -core) aus 1p-Funktionen aufgebaut sind, läßt sich daraus eine ziemlich scharfe Aussage über die Wechselwirkung zweier Nukleonen im Verband eines Atomkernes gewinnen. Sind dagegen höhere Konfigurationen beigemischt, so wird die letztere Aussage mehr oder weniger unscharf. Darüber hinaus könnten diese Beimischungen so stark sein, daß dadurch allein schon die oben erwähnte Diskrepanz erklärt werden kann, ohne daß Aussagen über die Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung gewonnen werden können.

Man wird dieses Problem jedoch erst dann als

gelöst ansehen dürfen, wenn außerdem noch einige weitere Größen, wie die niedrig angeregten Energieniveaus und das magnetische Dipolmoment (des N^{14}) hinreichend gut beschrieben werden.

Zur Untersuchung dieses Problemkreises wird in der vorliegenden Arbeit der folgende Weg eingeschlagen:

1. In erster Linie werden zur empirischen Bestimmung der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung die experimentellen Zwei-Nukleonendaten herangezogen, solange man nicht von Diskrepanzen bei kompakteren (leichten) Kernen (z. B. $C^{14}-N^{14}$) gezwungen wird, dieses Konzept aufzugeben. (Zur Frage der Absättigung vgl. Abschn. 3.)

Dazu wird in Abschn. 2 genau untersucht, welche Parameterkombinationen in dem hier benutzten Wechselwirkungsansatz mit den Zwei-Nukleonendaten und den zur Festlegung der Spin-Bahnkopplung geeigneten Größen verträglich sind.

2. Um die Berechnung der Eigenschaften der leichten Kerne noch durchführen zu können, hat man sich im Rahmen des Schalenmodells auf eine oder einige wenige der energetisch tiefsten Konfigurationen zu beschränken. Dadurch wird die Bindungsenergie der Grundzustände zu einer kaum verwertbaren Größe, weil die höheren Konfigurationen nach den Arbeiten von EULER³ und GRÖNBLOM⁴ dazu einen starken Beitrag (in der Größenordnung

* z. Zt. Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik in Karlsruhe.

** jetzt in München.

¹ O. HAXEL, J. H. D. JENSEN u. M. G. SUESS, Z. Phys. 128, 295 [1950].

² MARIA GOEPPERT-MAYER, Phys. Rev. 75, 1969 [1949].

³ H. EULER, Z. Phys. 105, 553 [1937].

⁴ B. O. GRÖNBLOM, Z. Phys. 110, 37 [1938].



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitalized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

von 20 MeV) liefern. (In der zweiten der genannten Arbeiten wurde in einer Störungsrechnung zweiter Ordnung der Einfluß der höheren Konfigurationen für He^4 und O^{16} aufsummiert.)

In den seither über die Kerne mit $A \leq 15$ durchgeführten Arbeiten wurde durchweg die Beschränkung auf die energetisch tiefste Konfiguration $(1s)^4(2p)^{A-4}$ benutzt. Dabei treten insbesondere bei den Erklärungsversuchen der langen Lebensdauer des C^{14} -Kernes gegen β -Zerfall die oben genannten Schwierigkeiten auf. Von den höheren Konfigurationen wird vermutlich $(1s)^4(2p)^8(3d_{5/2})^2$ am stärksten beigemischt sein (vgl. Abschn. 4).

Den Schwerpunkt dieser Arbeit bildet deshalb die Untersuchung des Einflusses dieser Konfiguration auf die Energieniveaus, die Wellenfunktionen und einige daraus ableitbare Größen.

3. Es wird untersucht, ob sich die empirischen Daten der $A=14$ -Polyade mit einer Wechselwirkung beschreiben lassen, die die Zwei-Nukleonendaten vollkommen wiedergibt. Die dabei auftretenden Diskrepanzen zwischen den theoretischen und experimentellen Ergebnissen können einen Hinweis liefern auf die Abweichung der im Rahmen des Schalenmodells zu benutzenden „mittleren“ Wechselwirkung von derjenigen, die an den Zwei-Nukleonendaten justiert wurde.

2. Die Wechselwirkung der Nukleonen

Als Wechselwirkung der Nukleonen wird, wie in den meisten Arbeiten über p-Schalenkerne, der folgende Ausdruck benutzt:

$$V(1, 2) = (w + m P^r + b P^\sigma + h P^r P^\sigma) V_0 e^{-\beta r_{12}^2} + (w' + m' P^r) S_T V_0' e^{-\beta' r_{12}^2} + (w'' + m'' P^r) O_{SB} V_0'' e^{-\beta'' r_{12}^2} + V_{\text{Coul}}. \quad (1)$$

Darin sind P^r und P^σ die Austauschoperatoren des Ortes und des Spins, V_0 , V_0' und V_0'' geben die „Stärke“ der Zentral-, Tensor- und Spin-Bahn-Wechselwirkung an und β , β' und β'' die entsprechenden Reichweiten. S_T und O_{SB} sind die Operatoren der Tensorkraft und der Zwei-Teilchen-Spin-Bahnkopplung:

$$S_T = \frac{3(\vec{\sigma}_1, \mathbf{r}_{12})(\vec{\sigma}_2, \mathbf{r}_{12})}{r_{12}^2} - (\vec{\sigma}_1, \vec{\sigma}_2), \quad (2)$$

$$O_{SB} = \frac{1}{2} \{ \vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2, [\mathbf{r}_{12} \cdot (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2)] \}.$$

Der relative Faktor zwischen den Stärken (V_i) und den Austauschkoeffizienten wird festgelegt

durch:

$$w + m + b + h = w' + m' = w'' + m'' = 1. \quad (3)$$

V_{Coul} ist das COULOMB-Potential.

Die Einführung von Spin-Austauschoperatoren bei Tensorkraft und Spin-Bahnkopplung führt auf kein neues Potential, da P^σ auf Triplettspinfunktionen wie ein Einheitsoperator wirkt und Singulettspinfunktionen durch Anwendung von S_T und O_{SB} zum Verschwinden gebracht werden.

a) Bestimmung der Zentralkraft und Tensorkraftparameter aus den Zwei-Nukleonendaten

Wird mit

$$R = \hbar / (2MB)^{1/2} = (4,317 \pm 0,03) 10^{-13} \text{ cm} \quad (4)$$

der „Radius des Deuterons“ bezeichnet, dann schreiben sich die empirischen Zwei-Nukleonendaten in der folgenden Form (M ist die reduzierte Masse des Proton-Neutron-Systems) (vgl. KALOS et al.⁵):

$$\begin{aligned} B &= 2,225 \pm 0,002 \text{ MeV} && = \text{Bindungsenergie des Deuterons,} \\ Q &= (0,01469 \pm 0,001) R^2 && = \text{Quadrupolmoment des Deuterons,} \\ a_s &= -(5,487 \pm 0,006) R && = \text{Singulett-Streulänge,} \\ r_{os} &= (0,58 \pm 0,06) R && = \text{effektive Reichweite der Singulettstreuung,} \\ a_t &= (1,245 \pm 0,006) R && = \text{Triplet-Streulänge.} \end{aligned} \quad (5)$$

Weiter soll zur Festlegung der Zentralkraft-Parameter die SERBER-Bedingung benutzt werden, die der experimentell recht gut bestätigten Winkelsymmetrie (um 90° im Schwerpunktsystem) der hochenergetischen Neutron-Proton-Streuung Rechnung trägt. (Die Abschwächung der SERBER-Bedingung im Rahmen der durch die experimentellen Unsicherheiten gegebenen Grenzen verändert die unten gegebenen Ergebnisse nur geringfügig, so daß davon abgesehen wurde):

$$w = m; \quad b = h. \quad (6)$$

Von den Parametern der Tensorkraft kann $w' - m'$ nicht aus den Zwei-Nukleonendaten bestimmt werden, da ihr Beitrag zu den Tripletzuständen proportional zu $w' + m' = 1$ ist und bei Singulettzuständen ebenso wie der der Spin-Bahnkopplung verschwindet. Daß man auch in Tripletzuständen die Spin-Bahnkopplung vernachlässigen kann, sieht man am besten an der Bindungsenergie. In dieser ist V_0'' nur über den D-Zustand vertreten, d. h. ihr

⁵ M. H. KALOS, L. C. BIEDENHARN u. J. M. BLATT, Nucl. Phys. 1, 233 [1956].

auch darin relativ zur Zentralkraft geringer Anteil geht nur mit wenigen Prozent Gewicht in die Gesamtbindungsenergie ein.

In den Ortsanteilen der Zentral- und Tensorkraft führen wir nach BLATT und JACKSON⁶ die Parameter a und s an Stelle von β und V_0 ein:

$$\begin{aligned} a &= 1,43 \beta^{-1/2}, & V_0 &= 229 \frac{s}{a^2} \text{ MeV}, \\ a' &= 1,43 \beta'^{-1/2}, & V_0' &= 229 \frac{s'}{a'^2} \text{ MeV} \end{aligned} \quad (7)$$

(mit a und a' in 10^{-13} cm).

In diesen Parametern lassen sich verschiedene Radialabhängigkeiten der Potentiale leichter vergleichen: $s=1$ liefert in jedem Fall für die Bindungsenergie des Deuterons $B=0$.

Die oben angegebenen empirischen Zwei-Nukleonendaten wurden von KALOS et al.⁵ als Funktion der Parameter (7) für verschiedene Radialabhängigkeiten der Potentiale berechnet und in Tabellen angegeben. s' wurde dabei durch Anpassung an die Bindungsenergie des Deuterons eliminiert. Hier wird davon die Tabelle benutzt, in der Zentral- und Tensorkraft GAUSSsche Ortsabhängigkeit haben. Bei KALOS et al. ist s in Triplett- ($s=s_{\text{Tripl}}$) und Singulettzuständen ($s=s_{\text{Singl}}$) in der Bezeichnung nicht unterschieden, aber verschieden gemeint, und zwar:

$$\begin{aligned} s_{\text{Tripl}} &= s(w + m + b + h) = s, \\ s_{\text{Singl}} &= s(w + m - b - h). \end{aligned} \quad (8)$$

Die Anpassung wird im folgenden ausführlich beschrieben, weil in späteren Diskussionen darauf Bezug genommen wird:

1. Die Singulett-Streudaten

Die Anpassung der Streulänge (a_s) und der effektiven Reichweite (r_{os}) liefert Aussagen über die Zentralkraftparameter, da in diesem Fall die Tensorkraft keinen Beitrag liefert. Bei Berücksichtigung der experimentellen Fehlergrenzen, insbesondere von r_{os} , erhält man:

$$s_{\text{Singl}} = s(w + m - b - h) = 0,925 \pm 0,01, \quad (9)$$

$$a = (0,56 \pm 0,06) R = (1,69 \pm 0,18) \cdot 10^{-13} \text{ cm}. \quad (10)$$

Führt man darin die SERBER-Bedingung ein und beachtet (3), dann erhält man aus (9):

$$\begin{aligned} w &= m = 0,25 \left(\frac{0,925}{s} + 1 \right), \\ h &= b = 0,5 - w. \end{aligned} \quad (11)$$

Damit ist also s noch vollkommen frei und a liegt in den in (10) angegebenen Schranken.

2. Quadrupolmoment (Q) und Triplett-daten

In Q , die Triplettstreuulänge (a_t) und die Bindungsenergie (B) des Deuterons geht die Tensorkraft mit $w' + m' = 1$ als Faktor ein, so daß $w' - m'$ nicht bestimmbar ist. Die Stärke der Tensorkraft (s') wird nachträglich so gewählt, daß die Bindungsenergie B richtig herauskommt. Damit hat man noch zwei Bedingungen zur Verfügung: Q und a_t , aus denen sich durch Anpassung eine funktionale Abhängigkeit zwischen s und a' gewinnen läßt:

$$\begin{aligned} Q(a; s, a') &= Q_{\text{exp}} \quad \text{liefert} \quad s = f_Q(a, a'), \\ a_t(a; s, a') &= a_{t, \text{exp}} \quad \text{liefert} \quad s = f_a(a, a'). \end{aligned} \quad (12)$$

a wird darin als Parameter behandelt, und zwar mit Werten, die innerhalb der durch (9) gegebenen Schranken liegen. Eine weitere Einschränkung ist nicht mehr möglich, da r_{ot} , die „effektive Reichweite“ der Triplettstreuung, über die Bindungsenergie mit der Streulänge a_t zusammenhängt (vgl. z. B. BLATT und WEISSKOPF⁷).

f_Q und f_a sind in Abb. 1 für $a = 0,5 R$ dargestellt, und zwar wegen der experimentellen Unsicherheiten als Streifen und nicht als Kurven. Weitere Ungenauigkeiten, die von der Inter- und Extrapolation der Tabellen von KALOS et al. herrühren, sind ebenfalls berücksichtigt, beeinflussen aber die Ergebnisse nur unwesentlich.

Im ganzen Bereich der nach (10) zugelassenen Werte von a hat man ein ähnliches Verhalten wie in Abb. 1.

Man erkennt auf Abb. 1 zwei weit voneinander getrennte Überschneidungsbereiche von f_Q und f_a , in denen die Potentialparameter liegen müssen, wenn die Zwei-Nukleonendaten richtig wiedergegeben werden sollen. Wir führen dafür der Kürze halber die Bezeichnungen B_1 und B_2 ein, und zwar sei B_1 der Bereich in der Umgebung von $a' = 1,3 R$, und B_2 der Bereich in der Umgebung von $a' = 0,6 R$. In B_2 hat man eine starke Tensorkraft und eine schwache Zentralkraft mit $V_0 \approx 30$ MeV. In B_1 dagegen ist $V_0 \approx 70$ MeV und die Tensorkraft etwa um einen Faktor 2,5 schwächer als in B_2 (vgl. Tab. 2).

⁶ J. M. BLATT u. J. D. JACKSON, Phys. Rev. 76, 18 [1949].

⁷ J. M. BLATT u. H. WEISSKOPF, Theor. Nucl. Phys., Wiley & Sons, New York u. Chapman & Hall, London 1952.

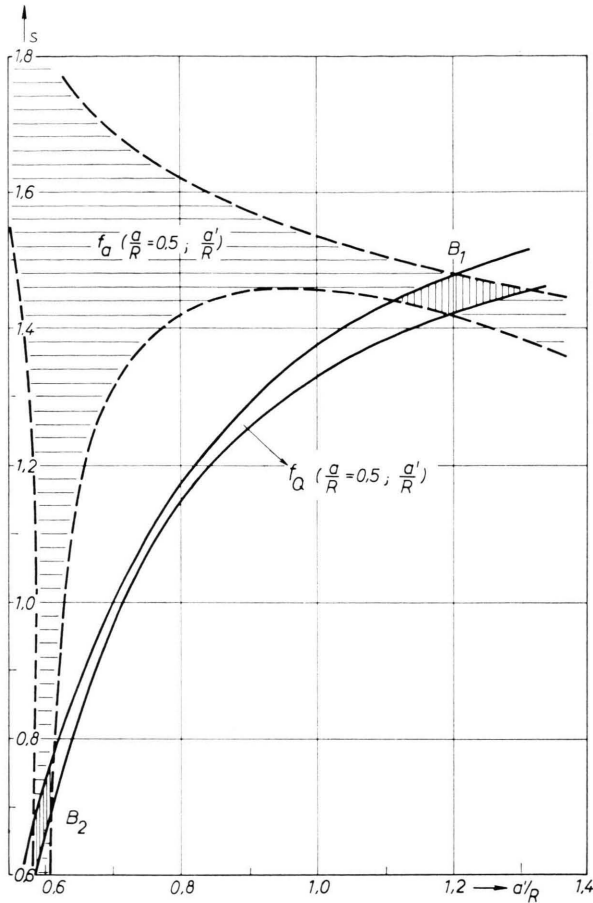


Abb. 1. Wertepaare (s, a') innerhalb f_a liefern die richtige Triplettstreulänge a_t . Wertepaare (s, a') innerhalb f_Q liefern das richtige Quadrupolmoment. In den Überschneidungsbereichen ist beides erfüllt.

In Tab. 2 sind die in dieser Arbeit durchgerechneten Parameterkombinationen angegeben; dabei liegen Ansatz 1 bis 8 in B_1 und Ansatz 9 bis 12 in B_2 .

b) Spin-Bahnkopplung

Zur Bestimmung der Reichweite und Stärke der Spin-Bahnkopplung lassen sich wegen der Unsicherheit der anderen Kernkraftparameter nur solche empirischen Daten verwenden, die von den anderen Kräften nicht oder doch nur sehr wenig abhängen. Dazu kommen im wesentlichen die Dublettaufspaltungen derjenigen Kernniveaus in Frage, für die mit hoher Wahrscheinlichkeit der Gesamtbahndrehimpuls L eine gute Quantenzahl ist. Die letzte Vor-

aussetzung ist am besten bei solchen Kernen erfüllt, die ein Nukleon außerhalb einer abgeschlossenen Schale haben. Also bei leichten Kernen: He^5 , Li^5 und O^{17} und wegen der Äquivalenz von Löcher- und Teilchenzuständen N^{15} – O^{15} . Gut bekannt ist außerdem eine $3/2$ -, $1/2$ -Aufspaltung beim Li^7 , für die $L=1$ hinreichend gut erfüllt sein könnte (vgl. HÜPER⁸: 80 bis 90% Wahrscheinlichkeit für den tiefsten Zustand in LS -Kopplung).

Bei He^5 und Li^5 handelt es sich jedoch um keine gebundenen Zustände, so daß die $n-\alpha$ - bzw. $p-\alpha$ -Streuung zu untersuchen ist. Die „ L -Reinheit“ dürfte hierbei am besten erfüllt sein. Deshalb werden die Ergebnisse der von HOCHBERG, MASSEY et al.⁹ durchgeführten Analyse der $n-\alpha$ -Streuung allein schon zur Bestimmung der Reichweite $(\beta'')^{-1/2}$ benutzt. Dabei ergab die beste Anpassung an die empirischen Phasenverschiebungen (ebenso wie in dieser Arbeit wurde mit einer GAUSSschen Ortsabhängigkeit gerechnet) eine Reichweite von

$$(\beta'')^{-1/2} = 1,94 \cdot 10^{-13} \text{ cm} \quad (13)$$

und

$$-0,75(w'' - m'') V_0'' - 0,25 V_0'' = 4,5 \text{ MeV.} \quad (14 a)$$

Die Dublettaufspaltungen von $\text{O}^{17}(d_{3/2} - d_{5/2})$, $\text{N}^{15}(^2P_{1/2} - ^2P_{3/2})$ und $\text{Li}^7(^2P_{1/2} - ^2P_{3/2})$ wurden von TALMI¹⁰ speziell für $m''=0$ berechnet. (Wegen der anderen Definition von V_0'' mußte ein Faktor 2 hinzugenommen werden; vgl. FERRELL¹¹.) Indem wir auf der rechten Seite die experimentellen Aufspaltungen in MeV angeben, erhalten wir die folgenden weiteren Gleichungen:

$$\text{O}^{17}: -1,25(w'' - m'')(15I_1 - 3I_2 + 21I_3) - 3,75I_2 = 5,08, \quad (14 b)$$

$$\text{N}^{15}: -13,5(w'' - m'')I_1 - 7,5I_2 = 6,33, \quad (14 c)$$

$$\text{Li}^7: -3(w'' - m'')I_1 - 2I_2 = 0,477. \quad (14 d)$$

Die I_l sind gegeben durch:

$$I_l = V_0'' z^{-3/2-l} \text{ mit } z = 1 + 2\beta''/\gamma, \quad (15)$$

wobei γ die Ausdehnung der Wellenfunktionen angibt, die im nächsten Abschnitt aus den COULOMB-Energiedifferenzen berechnet werden. Danach und mit der oben angegebenen Reichweite der Spin-Bahnkopplung ergeben sich für z die folgenden Werte:

$$z(\text{O}^{17}) = 2,50; z(\text{N}^{15}) = 2,48; z(\text{Li}^7) = 2,44. \quad (16)$$

Setzt man diese Werte in die obigen Gleichungen

⁸ R. HÜPER, Z. Naturforsch. **12 a**, 295 [1957].

⁹ S. HOCHBERG u. H. S. W. MASSEY et al., Proc. Phys. Soc., Lond. A **68**, 746 [1955].

¹⁰ I. TALMI, Helv. Phys. Acta **25**, 185 [1952].

¹¹ W. W. M. VISSCHER u. R. A. FERRELL, Phys. Rev. **107**, 781 [1957].

ein, und dividiert durch die Koeffizienten von $(w'' - m'') V_0''$, dann erhält man:

$$\begin{aligned} S(n\alpha) &= (w'' - m'') V_0'' + 0,333 \quad V_0'' = -6,00, \\ S(O^{17}) &= (w'' - m'') V_0'' + 0,0691 \quad V_0'' = -2,30, \\ S(N^{15}) &= (w'' - m'') V_0'' + 0,224 \quad V_0'' = -4,54, \\ S(Li^7) &= (w'' - m'') V_0'' + 0,272 \quad V_0'' = -1,48. \end{aligned} \quad (17)$$

Die Größen „S“ bezeichnen die Niveaufspaltung in MeV, bezogen auf den Koeffizienten von $(w'' - m'') V_0''$. Die rechten Seiten der Gln. (17) geben die entsprechenden experimentellen Werte an (S_{exp}), die mittleren Teile die jeweiligen theoretischen Ausdrücke (S_{theor}).

		(2)	(3)	(4)	(5)	VF
$(\beta'')^{-1/2} (10^{-13}\text{cm})$		1,94	1,94	1,94	1,94	1,94
$(w'' - m'') V_0'' (\text{MeV})$		-1,34	18,7	-2,50	-18,7	-3,71
$V_0'' (\text{MeV})$		-13,9	-74	4,03	63	-3,71
	S_{exp} (MeV)		S_{theor} (MeV)			
$n - \alpha$	-6,00	-6,00	-6,00	-1,15	2,30	-4,95
O^{17}	-2,30	-2,30	13,5	-2,30	14,43	-3,98
N^{15}	-4,54	-4,46	2,00	-1,40	-4,54	-4,54
Li^7	-1,48	-5,12	-1,48	-1,48	-1,48	-4,72

Tab. 1.

Damit erhält man für die rechten Seiten dieser vier Gleichungen die in Tab. 1, Spalte (2) angegebenen Werte, also noch vollkommene Übereinstimmung für das nicht zur Justierung benutzte N^{15} (wodurch überdies die Reichweite bestätigt wird), dagegen für Li^7 eine Aufspaltung von 1,65 MeV statt 0,477 MeV. Verwendet man $S(Li^7)$ mit einer der anderen Gleichungen des Systems (17) zur Justierung, dann werden jeweils die beiden restlichen Aufspaltungen sehr schlecht beschrieben: vgl. Tab. 1. In Spalte (3) ist ($n\alpha$ und Li^7), in Spalte (4) (O^{17} und Li^7) und in Spalte (5) (N^{15} und Li^7) zur Justierung benutzt worden. Der einfachste Ausweg aus diesem Dilemma ist die Annahme, daß die Abweichung von der LS -Kopplung im Li^7 -„Dublett“ eine Erniedrigung des Niveaubstandes um etwa 1 MeV bewirkt. Diese Annahme wird von den Ergebnissen der HÜPERSchen Rechnungen, wenn auch nicht explizit vermerkt, so doch voll bestätigt. Denn die Parameterkombination (7) bei HÜPER, $(\beta'')^{-1/2} = 3,8 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$ und $(w'' - m'') V_0'' = -1,29 \text{ MeV}$, $V_0'' = 0$, die bei der Lösung der Säkulargleichungen die „Aufspaltung“ genau wiedergibt, führt bei Benutzung des reinen LS -Kopplungsbildes [nach (14d)] auf einen Niveaubstand von 1,74 MeV. VISSCHER und FERRELL¹¹ haben bei der Bestimmung der SB-Parameter ebenfalls $n - \alpha$, O^{17} und N^{15} betrachtet, jedoch nach Einsetzen der Reichweiten statt des Systems (17) (ohne

Durch Erfüllung der beiden ersten Gln. (17), die als die zuverlässigsten gelten dürfen, ergibt sich:

$$\begin{aligned} (w'' - m'') V_0'' &= -1,34 \text{ MeV}, \\ V_0'' &= -13,9 \text{ MeV}. \end{aligned} \quad (18)$$

Li^7) eine Form gewählt, in der die Unterschiede zwischen den Gleichungen etwas verschleiert werden. Die „Ähnlichkeit“ ihrer Bedingungsgleichungen führte die Autoren zu dem Schluß, daß nicht alle der Beziehungen gleichzeitig verwendet werden dürfen, wenn man nicht eine starke Unsicherheit für die so gewonnenen Parameter in Kauf nehmen will. Sie setzen deshalb willkürlich $m'' = 0$ und bestimmten V_0'' aus Anpassung an N^{15} ($V_0'' = 3,80 \text{ MeV}$; mit der im nächsten Abschnitt berechneten Ausdehnung der Wellenfunktion würde man 3,71 MeV erhalten). Die sich damit ergebenden Werte sind in Tab. 1 in der Spalte VF aufgeführt.

c) Die Wechselwirkungsparameter

In Tab. 2 sind alle Parameterkombinationen zusammengestellt, für die in dieser Arbeit Energieniveaus und Wellenfunktionen berechnet wurden. Die Spin-Bahnkopplung ist nicht aufgeführt, da in jedem Fall die Parameter nach Tab. 1, Spalte (2), benutzt wurden. Ebenso ist $w' - m'$ nicht angegeben. Alle 12 Wechselwirkungsansätze wurden für

$$w' - m' = 0 \quad \text{und} \quad w' - m' = -0,6$$

durchgerechnet*.

L und K sind die beiden in der p-Schale auftretenden Ortsintegrale der Zentralkraft, I_1 und I_2 die der Tensorkraft [zur Definition vgl. (15)]. H_{SD}

* Die Ergebnisse sind in dieser Publikation nur auszugsweise wiedergegeben. Die Wellenfunktionen und die Matrixelemente der Energie, des β -Zerfalls und derjenigen

von μ und Q wurden nicht explizit angegeben. Einige vollständige Exemplare sind noch von der Bibliothek des Max-Planck-Instituts für Physik in München zu erhalten.

Ansatz	a/R	$\beta^{-1/2}$	s	$V_0(\text{MeV})$	$b + h$	L	K
1	0,5	1,508	1,47	- 72,4	0,185	- 7,212	- 1,404
2	0,5	1,508	1,53	- 75,3	0,198	- 7,51	- 1,461
3	0,5	1,508	1,47	- 72,4	0,185	- 7,212	- 1,404
4	0,5	1,508	1,53	- 75,3	0,198	- 7,51	- 1,461
5	0,6	1,81	1,75	- 59,9	0,236	- 8,70	- 1,328
6	0,6	1,81	1,70	- 58,2	0,228	- 8,44	- 1,29
7	0,6	1,81	1,80	- 61,6	0,243	- 8,94	- 1,368
8	0,6	1,81	1,75	- 59,9	0,236	- 8,70	- 1,328
9	0,55	1,66	0,70	- 28,5	- 0,161	- 3,461	- 0,597
10	0,55	1,66	0,85	- 34,6	- 0,045	- 4,204	- 0,723
11	0,5	1,508	0,6	- 29,5	- 0,270	- 2,944	- 0,573
12	0,5	1,508	0,75	- 36,9	- 0,118	- 3,677	- 0,714

Tab. 2 a. Zentralkraft.

Ansatz	a'/R	$\beta'^{-1/2}$	s'	$V_0(\text{MeV})$	I_0'	I_2'	H_{SD}
1	1,25	3,76	0,47	- 3,70	- 1,563	- 1,11	0,385
2	1,25	3,76	0,36	- 2,54	- 1,20	- 0,85	0,289
3	1,35	4,06	0,52	- 3,51	- 1,65	- 1,22	0,509
4	1,35	4,06	0,39	- 2,63	- 1,235	- 0,913	0,383
5	1,25	3,76	0,35	- 2,76	- 1,165	- 0,826	0,282
6	1,40	4,21	0,44	- 2,76	- 1,362	- 1,029	0,467
7	1,40	4,21	0,27	- 1,70	- 0,836	- 0,633	0,294
8	1,50	4,51	0,38	- 2,08	- 1,10	- 0,857	0,436
9	0,58	1,75	1,14	- 41,6	- 2,93	- 1,015	- 1,66
10	0,62	1,87	1,04	- 33,2	- 2,90	- 1,092	- 1,445
11	0,58	1,75	1,19	- 43,5	- 3,06	- 1,06	- 1,733
12	0,62	1,87	1,09	- 34,8	- 3,04	- 1,147	- 1,515

Tab. 2 b. Tensorkraft.

ist das in LS -Kopplung auftretende Nichtdiagonalelement, das allein von der Tensorkraft gebildet wird.

Damit der β -Zerfall des C_{14} richtig beschrieben wird, muß H_{SD} stark negativ sein (vgl. Abschn. 5).

3. Die Radialabhängigkeit der Wellenfunktionen

Infolge der experimentell gut bestätigten Ladungsunabhängigkeit der Kernkräfte ist der Isotopenspin T eine gute Quantenzahl und die Energiedifferenzen in einem T -Multipllett hängen ausschließlich vom COULOMB-Potential und der Ausdehnung und Struktur der Wellenfunktionen ab. Sie gehören also zu den einfachsten der in der Kernphysik auftretenden Größen.

Über die „Struktur“ der Wellenfunktion weiß man in vielen Fällen hinreichend gut Bescheid (oder die Energiedifferenz ist weitgehend unabhängig davon), so daß dann nur noch deren „Ausdehnung“ das T -Multipllett bestimmt. Würde man bei Schalenmodellrechnungen, mit dem wesentlichen Ziel, Energieschemata darzustellen, auf die Wiedergabe der

COULOMB-Energiedifferenz verzichten, dann hätte dies für alle anderen Niveaubstände sehr schwer überschaubare Folgen. Denn jede potentielle Energie ist im wesentlichen ein Integral über Potential mal Dichte. Wenn sich nun schon für das voll bekannte COULOMB-Potential die Energieabstände durch die Wellenfunktion des Gesamtkerns nicht wiedergeben lassen, dann kann von der Summe über alle anderen Potentiale ebenfalls kein zuverlässiges Ergebnis für die Niveaubstände erwartet werden.

Die daraus resultierende Notwendigkeit der Anpassung an die COULOMB-Energiedifferenz bedeutet physikalisch, daß dadurch Vernachlässigungen in Potentialansatz („hard core“, Mehrkörperkräfte und Absättigung) und Rechenmethode (Beimischung höherer Konfigurationen), soweit sie die Ausdehnung betreffen, in gewisser Weise pauschal berücksichtigt werden.

Eine stärkere Anlehnung an die HARTREE-Konzeption, d. h. Variation des Radialanteils der Wellenfunktion in einem Ritzschen Verfahren für die Gesamtenergie, ist zwar die im Sinne des Schalenmodells konsequente Rechenmethode. Wenn sie je-

doch, wie es bei Oszillatorfunktionen der Fall ist, nicht unter der Nebenbedingung der Darstellung der COULOMB-Energiedifferenz durchgeführt werden kann, sind keine verlässlichen Energieschemata zu erwarten.

Im folgenden soll deshalb der einzige in den Oszillatorfunktionen noch freie Parameter (γ bzw. $\hbar \omega = \gamma \hbar^2/M$ mit M =Nukleonenmasse) aus den betreffenden COULOMB-Energiedifferenzen bestimmt werden. Über die Struktur der Wellenfunktionen der betrachteten Kerne wurden dabei im einzelnen folgende Annahmen gemacht (die für die Beschreibung der COULOMB-Energiedifferenzen hinreichend gut sind):

$Li^7 - Be^7$: niedrigster Zustand in LS -Kopplung (mit 80 bis 90% Wahrscheinlichkeit im Grundzustand enthalten, vgl. HÜPER⁸).

$C^{14} - N^{14}$, $N^{15} - O^{15}$, $O^{17} - F^{17}$: niedrigster Zustand in jj -Kopplung.

Bei $C^{14} - N^{14}$ soll diese Annahme genauer untersucht werden, und zwar für die Wellenfunktionen, die allein mit p -Schalenfunktionen gebildet sind:

Aus der COULOMB-Energiedifferenz von 2,937 MeV (incl. Neutron-H-Atom-Massenunterschied) und der obigen Annahme folgt: $\gamma^{-1/2} = 1,70 \cdot 10^{-13}$ cm. Die genaue Wellenfunktion enthält jedoch außer der oben benutzten (Mischungskoeffizient c_1) eine zweite Komponente (c_2). Im N^{14} haben beide Komponenten dieselbe COULOMB-Energie und das „gemischte Glied“ verschwindet.

Damit ist

$$\Delta E_c = \frac{1}{3} e^2 \sqrt{\frac{2\gamma}{\pi}} \left[47 - \left(34 c_1^2 + \frac{137}{4} c_2^2 - \sqrt{\frac{1}{2}} c_1 c_2 \right) \right]$$

mit $c_1^2 + c_2^2 = 1$ folgt:

$$\Delta E_c = \frac{1}{3} e^2 \sqrt{\frac{2\gamma}{\pi}} \left(13 - \frac{1}{4} c_2^2 + \sqrt{\frac{1}{2}} c_1 c_2 \right).$$

Danach beeinflusst $c_2 \neq 0$ den Wert von $\gamma^{-1/2}$ um maximal 2%.

Die Ergebnisse sind in Tab. 3 zusammengestellt.

	$Be^7 - Li^7$	$N^{14} - C^{14}$	$O^{15} - N^{15}$	$O^{17} - F^{17}$
ΔE_c (MeV) _{exp}	1,645	2,937	3,487	3,549
$\Delta E_c \frac{1}{e^2} \sqrt{\frac{2\pi}{\gamma}}$	4,7	8,66	10,16	10,35
$\gamma^{-1/2}$ (in 10^{-13} cm)	1,645	1,70	1,67	1,68

Tab. 3.

In $\Delta E_{c \text{ exp}}$ ist zu der üblicherweise angegebenen Differenz der Atommassen die Massendifferenz von Neutron und H-Atom addiert:

$$(M_n - M_H) c^2 = 0,782 \text{ MeV}.$$

4. Die Wellenfunktionen für $A=14$

Zur Berechnung der Wellenfunktionen wurde außer dem Gesamtdrehimpuls J und der Parität P

$$P = \prod_{i=1}^A (-1)^{l_i}$$

auch der totale Isotopenspin T als gute Quantenzahl angenommen, was bei $A=14$ noch hinreichend gut erfüllt ist. Nach McDONALD¹² liegen die Beimischungen von Zuständen mit höherem Isotopenspin am Ende der p -Schale in der Nähe von $3 \cdot 10^{-3}$ (Wahrscheinlichkeit).

Außer der reinen p -Schalenkonfiguration

$$K_p = (1s)^4 (2p)^{A-4}$$

wurde noch die energetisch günstigste der höheren Konfigurationen mitgenommen:

$$K_d = (1s)^4 (2p)^{A-6} (3d_{5/2})^2,$$

wobei für die Auswahl die folgenden Gesichtspunkte maßgebend waren:

1. Die angeregte Konfiguration soll über Zweiteilchenkräfte Wechselwirkung mit K_p haben, wonach aus Gründen der Paritätserhaltung die folgenden energetisch benachbarten Konfigurationen möglich sind:

$$(3d_{5/2})^2, (2s_{1/2})^2, (3d_{5/2})^1 (2s_{1/2})^1, (4f_{7/2})^1.$$

2. Wegen der starken Spin-Bahnkopplung ist davon die erstgenannte die energetisch tiefste.

3. Außerdem wird noch die Einschränkung gemacht, daß die beiden $d_{5/2}$ -Teilchen aus der $p_{1/2}$ - und nicht aus der $p_{3/2}$ -Schale „stammen“ sollen. Die benutzte Konfiguration ist also genauer

$$K_d = (1s)^4 (2p)^{A-4} (2p_{1/2})^{-2} (3d_{5/2})^2.$$

Die Wellenfunktionen zu J und T (die Parität ist in beiden Konfigurationen positiv, braucht also nicht besonders beachtet zu werden) wurden, wie bei SCHULTEN¹³ und HÜPER⁸ (vgl. auch MAYER und JENSEN¹⁴) berechnet.

¹² W. M. McDONALD, Phys. Rev. **101**, 271 [1956].

¹³ R. SCHULTEN, Z. Naturforsch. **8a**, 759 [1953].

¹⁴ M. GOEPPERT-MAYER u. J. H. D. JENSEN, Elementary Theory of Nuclear Shell Structure, Wiley & Sons, New York, u. Chapman & Hall, London 1955.

Für die folgenden Diskussionen ist es nicht erforderlich, die genaue Form der Wellenfunktionen $\Psi_i(J, T)$ anzuführen:

$$\begin{aligned}\Phi(J, 1) &= \sum_i c_i \Psi_i(J, 1), \\ \Phi(J, 0) &= \sum_i n_i \Psi_i(J, 0).\end{aligned}\quad (19)$$

Es reicht aus, sie durch ihre Besetzungszahlen in den (l, j) -Unterschalen zu charakterisieren:

	T	J		ψ_1	ψ_2	ψ_3	ψ_4	ψ_5	ψ_6	ψ_7	ψ_8
C^{14} N^{14} O^{14}	1	0	$p_{3/2}$	8	6	8	6	6			
			$p_{1/2}$	2	4		2	2			
			$d_{5/2}$			2	2	2			
		1	$p_{3/2}$	7	7	7					
			$p_{1/2}$	3	1	1					
			$d_{5/2}$		2	2					
N^{14}	0	2	$p_{3/2}$	7	6	7	7	6	6		
			$p_{1/2}$	3	4	1	1	2	2		
			$d_{5/2}$			2	2	2	2		
		1	$p_{3/2}$	8	7	6	8	7	7	6	6
			$p_{1/2}$	2	3	4		1	1	2	2
			$d_{5/2}$				2	2	2	2	2
N^{14}	0	2	$p_{3/2}$	7	7	7					
			$p_{1/2}$	3	1	1					
			$d_{5/2}$		2	2					

Tab. 4 a.

Der Zustand N^{14} ($J=3$) wurde nicht berechnet, da über seine Anregungsenergie wenig bekannt ist, und deshalb ein Vergleich mit empirischen Daten nicht möglich ist.

In Tab. 4 b sind die Werte der Mischungskoeffizienten c_i und n_i für den jeweiligen Grundzustand angegeben, die man mit den Wechselwirkungsansätzen 1 und 9 erhält (die Zeile „ K_p “ gibt die Ergebnisse für die reine p-Schalenkonfiguration, in der Zeile „ $K_p + K_d$ “ ist die $d_{5/2}$ -Beimischung berücksichtigt).

Die letzte Spalte in Tab. 4 b gibt den Gesamtbeitrag der $d_{5/2}$ -Beimischung in Prozent an, also:

$$P_d = 100 \sum_i c_i^2 \quad \text{bzw.} \quad P_d = 100 \sum_i n_i^2.$$

Für die Parameterkombinationen, die, außer den in Tab. 4 b angegebenen, noch durchgerechnet wurden, ergaben sich in den einzelnen Bereichen ähnliche Werte.

Als empirische Abschätzung** über Konfigurationsbeimischungen zum Grundzustand des N^{14} gibt es die Untersuchung von STANDING¹⁵ über die Winkelverteilung der Deuteronen aus der *pick-up*-Reaktion $N^{14}(p, d)N^{13}$ mit 18,7 MeV-Protonen. Dabei wurde nach einem Übergang in den ersten angeregten Zustand von N^{13} gesucht und außer dem „Un-

T	Bereich	Ansatz-Nr.	Konfiguration	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5				P_d
1	B_1	1	K_p $K_p + K_d$	0,935 0,909	-0,355 -0,365	-0,103	-0,164	-0,057				4,03
	B_2	9	K_p $K_p + K_d$	0,914 0,903	-0,407 -0,412	-0,058	-0,110	-0,003				1,55
				n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	n_7	n_8	P_d
0	B_1	1	K_p $K_p + K_d$	0,798 0,826	-0,501 -0,390	-0,334 -0,308	0,207	-0,066	0,092	-0,080	0,093	7,07
	B_2	9	K_p $K_p + K_d$	0,970 0,958	0,233 0,063	0,066 0,009	0,250	0,006	0,095	0,001	0,086	7,90

Tab. 4 b.

** Nach Fertigstellung der vorliegenden Arbeit im Mai 1958 erschien eine experimentelle Arbeit (W. E. MOORE, J. N. McGRUER und A. I. HAMBURGER, Phys. Rev. Letters **1**, 29 [1958]) über die Winkelverteilung der Tritonen aus der $C^{14}(d, t)C^{13}$ -Reaktion, aus der sich unter gewissen Annahmen Aussagen über die d-Beimischung im C^{14} -Grundzustand machen lassen. Dies wurde in einer Arbeit von E. BARANGER und S. MESHKOV (Phys. Rev. Lett. **1**, 30 [1958]) durchgeführt. Die Autoren erhielten $c_d^2 \approx 12\%$. Die vor-

liegende Arbeit liefert dagegen $c_d^2 \approx 1,5$ bis 5% je nach dem benutzten Wechselwirkungsansatz. Der Unterschied kommt möglicherweise von der großen experimentellen Unsicherheit der Winkelverteilung beim Übergang in das 3,86-MeV-Niveau des C^{13} -Kernes. Eventuell wird auch N_7 durch die Annahme eines festen C^{12} -cores wesentlich unterschätzt.

¹⁵ K. G. STANDING, Phys. Rev. **101**, 152 [1956].

tergrund“ nichts gefunden. Da nach anderen Reaktionen und nach Diskussionen von INGLIS¹⁶, THOMAS¹⁷ und LANE¹⁸ der erste N^{13} die Konfiguration $(1s)^4(2p)^8(2s)^1$ (und damit die „falsche“, d. h. gerade Parität) hat, würde ein Übergang von N^{14} mit der Konfiguration $p^{10} \rightarrow p^8s$ oder $p^{8d^2} \rightarrow p^8s$ die Umordnung von zwei Teilchen bedeuten, also verboten sein, und damit voll verträglich mit dem empirischen Befund. Ein Übergang p^{8sd} oder $p^{8ss} \rightarrow p^8s$ wäre dagegen erlaubt. Aus dem „Untergrund“ läßt sich etwa eine obere Grenze für den Wirkungsquerschnitt dieser beiden Übergänge in N^{13} gewinnen. Diese obere Grenze ist nach Abschätzungen von STANDING mit einer Beimischung (Wahrscheinlichkeit) von 3% für „ds“ und 1% für „ss“ verträglich, wobei als zusätzliche theoretische Unsicherheit etwa ein Faktor 2 angegeben wird.

5. Der β -Zerfall des C^{14} -Kernes

Der β -Zerfall des C^{14} in N^{14} ist wegen der Drehimpulsänderung um 1 ($J=0$ in $J=1$) und wegen der fehlenden Paritätsänderung ein erlaubter GAMOW-Teller-Übergang. Ebenso ist die Form des Energiespektrums der emittierten Elektronen (Maximalenergie 150 keV) nach neueren zuverlässigen Messungen (u. a. MOLJK und CURRAN¹⁹) genau die eines erlaubten Übergangs (geradliniger Verlauf im „CURIE-plot“). Einige ältere Messungen, die auf einen verbotenen Übergang hinwiesen, dürfen als überholt angesehen werden.

Experimentell ergibt sich eine Lebensdauer von 5570 ± 30 Jahren und ein ft -Wert (vgl. ANDERSON und LIBBY²⁰) von $1,08 \cdot 10^9$ sec ($\log ft = 9,03$). Für einen erlaubten Übergang gilt ganz allgemein:

$$|\int 1|^2 + R |\int \sigma|^2 = A (ft)^{-1},$$

worin der erste Term auf der linken Seite einen FERMI-, der zweite einen GAMOW-TELLER-Übergang beschreibt. Die Konstante A wurde von GERHART²¹ aus dem O^{14} - β -Zerfall zu $A = 6550 \pm 150$ sec, und R u. a. von ROBSON²² aus dem β -Zerfall des Neutrons zu $R = 1,42 \pm 0,19$ bestimmt. Damit ergibt sich für das Quadrat des GAMOW-TELLER-Matrixele-

ments (summiert über alle Endzustände):

$$|M_{GT}|^2 = |\int \sigma|^2 = (4,3 \pm 0,64) \cdot 10^{-6}.$$

Dagegen ist im reinen jj -Kopplungsschalenmodell

$$|M_{GT}|^2 = \frac{2}{3},$$

man hat also zunächst eine Diskrepanz um einen Faktor 10^5 . Im reinen LS -Kopplungsmodell erhält man [vgl. (23)]

$$|M_{GT}|^2 = 6,$$

wenn die Grundzustände von C^{14} und N^{14} durch den jeweiligen S -Zustand beschrieben werden.

Nachdem alle Erklärungsversuche über L - oder Paritätsverbote experimentell widerlegt waren (vgl. z. B. MESSIAH²³, FEINGOLD²⁴ und STANDING²⁵), blieb nur noch:

1. Zufällige Kompensation im Matrixelement (ohne wesentliche Beimischungen höherer Konfigurationen), die dann als scharfer Prüfstein für die Wechselwirkung angesehen wurde, und
2. Kompensation durch starke Beiträge höherer Konfigurationen.

Beide Möglichkeiten wurden zuerst ausführlich von INGLIS¹⁶ diskutiert mit dem Ergebnis, daß eine Kompensation innerhalb der p -Schale ohne Tensorkraft unmöglich ist (beide auftretenden Terme haben immer das gleiche Vorzeichen) und daß andererseits Konfigurationsbeimischungen in Anfangs- und Endzustand mit Amplituden der Größenordnung 25% enthalten sein müßten, wenn durch ihren Beitrag eine Kompensation erfolgen soll. Bei Berücksichtigung der Tensorkraft können die zur Kompensation erforderlichen Konfigurationsbeimischungen jedoch wesentlich kleiner sein, wie aus den Ergebnissen der vorliegenden Arbeit folgt.

Hier soll zunächst die Überlegung von INGLIS, erweitert um die Tensorkraft (vgl. u. a. HÜPER⁸), kurz wiedergegeben werden und die daraus resultierenden Forderungen an die Kräfte genauer diskutiert werden.

Schreibt man die Grundfunktionen der p -Schale in LS -Kopplung, dann ergeben sich für den C^{14} - bzw. N^{14} -Grundzustand die folgenden Wellenfunk-

¹⁶ D. R. INGLIS, Rev. Mod. Phys. **24**, 390 [1953].

¹⁷ R. G. THOMAS, Phys. Rev. **83**, 1109 [1952].

¹⁸ A. M. LANE, Proc. Phys. Soc., Lond. A **66**, 977 [1953], A **68**, 189 [1955], A **68**, 197 [1955].

¹⁹ A. MOLJK u. S. C. CURRAN, Phys. Rev. **96**, 395 [1954].

²⁰ E. C. ANDERSON u. W. F. LIBBY, Phys. Rev. **81**, 64 [1951].

²¹ J. B. GERHART, Phys. Rev. **95**, 288 [1954].

²² J. M. ROBSON, Phys. Rev. **83**, 349 [1951], vgl. auch Anm. ¹¹.

²³ A. M. L. MESSIAH, Phys. Rev. **88**, 151 [1952].

²⁴ A. M. FEINGOLD, Phys. Rev. **89**, 318 [1953].

²⁵ K. G. STANDING, Phys. Rev. **94**, 731 [1954].

tionen:

$$\Phi(0, 1) = c_s \Psi(^1S_0) + c_p \Psi(^3P_0), \quad (20)$$

$$\Phi(1, 0) = n_d \Psi(^3D_1) + n_s \Psi(^3S_1) + n_p \Psi(^1P_1),$$

Damit erhält man die Säkulargleichungen

$$(a) \quad (H'_{SS} - E_c) c_s + H'_{SP} c_p = 0, \quad (21)$$

$$(b) \quad H'_{PS} c_s + (H'_{PP} - E_c) c_p = 0,$$

$$(c) \quad (H_{DD} - E_n) n_d + H_{DS} n_s + H_{DP} n_p = 0,$$

$$(d) \quad H_{SD} n_d + (H_{SS} - E_n) n_s + H_{SP} n_p = 0, \quad (22)$$

$$(e) \quad H_{PD} n_d + H_{PS} n_s + (H_{PP} - E_n) n_p = 0,$$

und das GAMOW-TELLER-Matrixelement ist

$$|M_{GT}| = \sqrt{6} \cdot \left| \left(n_s c_s - \frac{n_p c_p}{\sqrt{3}} \right) \right|. \quad (23)$$

Die Energiematrixelemente in (21) und (22) sind gegeben durch:

$$\left. \begin{aligned} H'_{SS} &= (w + m - b - h) (L + 2K), \\ H'_{PP} &= (m - m - b + h) \\ &\quad + 2(w' - m') I_1' - a - 2(w'' - m'') I_1'', \\ H'_{SP} &= -\sqrt{2} a, \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

$$\left. \begin{aligned} H_{DD} &= L - K - I_2' - \frac{3}{2} a - 3 I_2'', \\ H_{SS} &= L + 2K, \\ H_{PP} &= (w - m - b + h) (L - 3K), \\ H_{DS} &= \sqrt{0,2} (3 I_1' - 5 I_2'), \\ H_{DP} &= -\sqrt{\frac{2}{6}} a, \\ H_{SP} &= \sqrt{\frac{2}{3}} a. \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

Darin sind L , K und die I_i die Radialintegrale der Kernkräfte, und

$$a = -9(w'' - m'') I_1'' - 5 I_2'' \quad (26)$$

ist der wesentliche Anteil der Spin-Bahnkopplung, der nach Abschn. 2 b etwa den Wert 4,20 MeV hat.

Mit den Lösungen der Säkulargleichungen (20) erhält man aus der Forderung, daß die beiden Terme in (23) sich zumindest teilweise kompensieren, d. h. verschiedene Vorzeichen haben, die folgenden Ungleichungen:

$$H_{SD} > \sqrt{(H_{DD} - E_n)(H_{SS} - E_n)} > 0, \quad (27 a)$$

$$-1 < \frac{H_{SD}}{\sqrt{(H_{DD} - E_n)(H_{SS} - E_n)}} < -\sqrt{\frac{4(H_{DD} - E_n)}{5(H_{SS} - E_n)}} < 0, \quad (27 b)$$

von denen jeweils eine erfüllt sein muß.

Die erste dieser beiden Ungleichungen ist nur für große Tensorkraftreichweite zu erfüllen ($\beta'^{-1/2} > 3,0 \cdot 10^{-13}$ cm), erfordert aber einen so hohen Wert für V'_0 , daß die Energieniveaus viel zu weit getrennt

werden (z. B. mehr als 15 MeV für das erste angeregte Energieniveau mit $J=1$). Eine so extrem starke Tensorkraft führt jedoch noch auf andere Schwierigkeiten, so daß die Ungleichung (27 a) nicht in Frage kommt.

Gl. (27 b) liefert zwei Bedingungen: Erstens muß der Bereich für H_{SD} überhaupt offen sein, d. h. in der Wurzel im dritten Term muß H_{DD} entweder das tiefste Diagonalelement sein, oder es darf nur ganz wenig oberhalb H_{SS} liegen. Dies liefert eine Bedingung für die Stärke der Zentralkraft:

$$H_{DD} < \frac{5}{4} H_{SS} - \frac{1}{4} E_n.$$

Setzt man darin $E_n = H_{DD} - 2$ MeV ein, wie es für den daraus resultierenden Parameterbereich hinreichend gut erfüllt ist (vgl. unten), dann hat man:

$$H_{DD} < H_{SS} + 0,4 \text{ MeV}$$

oder mit (25) und Umordnung:

$$-3K < 0,4 \text{ MeV} + \frac{3}{2} a + 3 I_2'' + I_2'.$$

Mit $I_2' \approx -1$ MeV, was für einen weiten Parameterbereich eine gute Näherung ist (vgl. Tab. 2) und mit: $\frac{3}{2} a + 3 I_2'' = 4,7$ MeV (nach den oben angegebenen Spin-Bahnkopplungsparametern) folgt:

$$-K < 1,37 \text{ MeV}. \quad (28)$$

Hätte man oben für $E_n = H_{DD} - 1$ MeV oder $H_{DD} - 3$ MeV gesetzt, was aber schon außerhalb der „Toleranz“ liegt, da die Nichtdiagonalelemente der Spin-Bahnkopplung in (23) bei dieser Diskussion ungeändert bleiben, dann hätte man in (28) statt 1,37 die Grenzen 1,30 bzw. 1,43 bekommen.

Als zweite Bedingung liefert (27 b), daß H_{SD} negativ und von der entsprechenden Größe sein muß. Negative Werte von H_{SD} sind aber nur für kleine Tensorkraftreichweite zu erhalten (vgl. Tab. 2 b). Nach (23) und (15) gilt für GAUSSsche Ortsabhängigkeit

$$H_{SD} = \sqrt{5} I_2' \left[0,6 \left(1 + 2 \frac{\beta'}{\gamma} \right) - 1 \right],$$

worin $\beta'^{-1/2}$ und $\gamma^{-1/2} = 1,70 \cdot 10^{-13}$ cm (vgl. Tab. 3) die Reichweiten der Tensorkraft und der Wellenfunktionen sind. Da I_2' negativ ist, muß also der erste Term in der eckigen Klammer größer sein als 1, woraus folgt:

$$\beta'^{-1/2} < 2,94 \cdot 10^{-13} \text{ cm}. \quad (29)$$

Die Ungleichung (27 b) ist für die Wechselwirkungsansätze 9 bis 12 erfüllt, nicht dagegen für

1 bis 8, d. h. nur in dem Bereich B_2 kann Kompensation innerhalb der p-Schale auftreten.

Nach der Arbeit von INGLIS¹⁶ haben JANCOWICI und TALMI²⁶ (1954) eine Wechselwirkung mit Tensorkraft bestimmt, die den Grundzustand des Deuterons richtig beschreibt (nicht aber die Streudaten), außerdem der Ungleichung (27 b) genügt und das Matricelement des β -Zerfalls (M_{GT}) zum Verschwinden bringt. Die Tensorkraft ist aber darin so stark, und die Zentralkraft so schwach, daß das Niveauschema von N^{14} auch nicht qualitativ beschrieben werden kann (u. a. liegt der 3D -Zustand unterhalb des tiefsten Zustandes mit $J=1$).

VISSCHER und FERRELL¹¹ haben (1957) gezeigt, daß man einerseits die Energieniveaus doch befriedigend wiedergeben und andererseits den beiden Termen im β -Zerfalls-Matricelement verschiedene Vorzeichen geben kann, wenn man mit einer Wechselwirkung rechnet, die folgendermaßen bestimmt ist:

Die Zentralkraft beschreibt die Singulett p-p-Streuung, nicht aber die Triplettdaten des Zweinukleonproblems.

Die Wahl der Spin-Bahnkopplung ist in Abschn. 2 b angegeben.

Für die Tensorkraft wird ein aus der Meson-Theorie der Kernkräfte abgeleiteter Ausdruck (kurzer Reichweite) benutzt. Die Kopplungskonstante wurde aus experimentellen Streudaten bestimmt.

In einer Arbeit von HÜPER⁸ (1957) wurden die Zweinukleonendaten vollkommen zur Justierung benutzt. Allerdings wurden nur Parameter aus dem Bereich B_1 betrachtet, in dem die Tensorkraft eine so große Reichweite hat, daß die Ungleichung (27 b) nicht erfüllt werden kann. Die Energieniveaus dagegen können befriedigend wiedergegeben werden.

In der vorliegenden Arbeit wird gezeigt, daß für Wechselwirkungen, die die Zweinukleonendaten vollkommen befriedigen, und deren Parameter im Bereich B_2 liegen, das β -Zerfalls-Matricelement (M_{GT}) beträchtlich kleiner ist als für Wechselwirkungen aus B_1 .

Ferner beeinflusst die d-Schalenbeimischung M_{GT} um einen Betrag, der vergleichbar (z. Tl. sogar etwas größer) ist als M_{GT} in reiner p-Schalenkonfiguration [= $M_{GT}(p)$].

In Tab. 5 sind die Ergebnisse für die Wechsel-

wirkungsansätze 1 in 9 wiedergegeben. Die einzelnen Spalten bedeuten:

Spalte (1) und (2): Kennzeichnung des Wechselwirkungsansatzes (vgl. Abschn. 2 c).

Spalte (3): M_{GT} mit der p-Schalenkonfiguration K_p berechnet.

Spalte (4): Der Beitrag der p-Schalenfunktion nach der durch die Konfiguration K_d veränderten Durchmischung.

Spalte (5): Der Beitrag von K_d .

Spalte (6): M_{GT} mit Konfiguration K_d , d. h. die Summe von (5) und (6).

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
Bereich	Ansatz-Nr.	$M_{GT}(p)$	$M_{GT}(p')$	$M_{GT}(d)$	M_{GT}
B_1	1a*	1,796	1,562	0,022	1,584
	1b	1,745	1,520	0,028	1,548
B_2	9a	0,218	0,576	-0,009	0,567
	9b	0,289	0,619	-0,007	0,612

* „a“ und „b“ bei der Ansatz-Nr. steht für $w'-m'=-0,6$ (a) und $w'-m'=0$ (b).

Tab. 5.

Eine Diskussion dieser Ergebnisse wird in Abschnitt 8 gegeben.

6. Die Energieniveaus des N^{14}

In Abb. 2 und 3 sind in der ersten Spalte die niedrig angeregten Energieniveaus des N^{14} angegeben, von denen man weiß, daß sie zu Zuständen positiver Parität gehören. Außer dem 1^+ -Niveau (MARION²⁷) bei 5,69 MeV sind alle der Zusammenfassung von AJZENBERG und LAURITSEN²⁸ entnommen. Die erste Ziffer in den Klammern bezeichnet jeweils den Drehimpuls, die zweite, wenn bekannt, den Isotopenspin. Niveaus, für die die Parität noch unbekannt ist, sind gestrichelt angegeben. Sie sind zum Teil vermutlich mit hier berechneten Niveaus zu identifizieren. Insbesondere fehlt ein tiefliegendes $(2,0)^+$ -Niveau. (VISSCHER und FERRELL haben das 5,10-Niveau, das bei AJZENBERG als „vermutlich 1^+ “ angegeben wird, als solches interpretiert.) Bei Erklärungsversuchen des β -Zerfalls von C^{14} hat man nach der obigen Diskussion [im Anschluß an Gl. (27 b)] H_{DD} zum tiefsten Diagonalelement zu machen. Damit rückt aber auch der 3D_2 ($J=2!$)-Zustand bedenklich in die Nähe des Grundzustandes (bei JANCOWICI und TALMI wurde er sogar selbst zum tiefsten Zustand). Deshalb ist man an der Auffindung

²⁶ B. JANCOWICI u. I. TALMI, Phys. Rev. **95**, 289 [1954].

²⁷ J. B. MARION, Phys. Rev. **100**, 847 [1955].

²⁸ F. AJZENBERG u. T. LAURITZEN, Rev. Mod. Phys. **27**, 77 [1956].

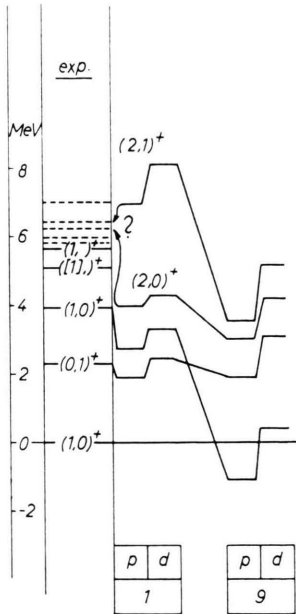


Abb. 2. Vergleich der experimentellen und theoretischen Energieniveaus des N^{14} für die Parameterkombinationen 1 und 9. Die Spalten „p“ enthalten die reinen p-Schalenergebnisse, die Spalten „d“ sind mit d-Beimischung berechnet.
 $w' - m' = -0,6$.

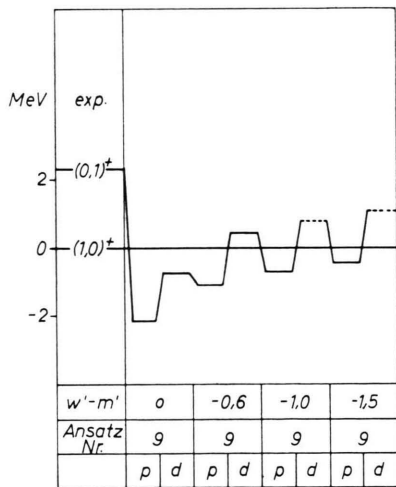


Abb. 3. Darstellung der theoretischen Werte des $(0,1)^+$ -Niveaus in N^{14} für verschiedene Werte von $w' - m'$. Die restlichen Parameter nach Ansatz 9. p, d vgl. Abb. 2.

eines tiefliegenden $(2,0)^+$ -Niveaus stark interessiert.

Abb. 2 enthält die berechneten Energieniveaus für $w' - m' = -0,6$. Am Fuße einer jeden Abbildung ist die Nummer des Wechselwirkungsansatzes (vgl. Abschn. 2 c und Tab. 2) angegeben. Die Unterscheidung p und d bedeutet: Die Energie-

niveaus der Spalte p sind ausschließlich mit der p-Schalenkonfiguration (K_p) berechnet, die der Spalte d mit $K_p + K_d$. Abb. 3 gibt für den 9. Wechselwirkungsansatz die Abhängigkeit von $w' - m'$. Die Veränderung durch die d-Beimischung wurde für $w' - m' = -1$ und $1,5$ nicht berechnet, sondern additiv in der gleichen Weise angenommen wie bei $w' - m' = -0,6$ (d. h. $1,49$ MeV).

Allgemein erkennt man, daß die Energiedifferenzen durch Beimischung von K_d bis zu etwa $1,5$ MeV verschoben werden, und zwar wird bei den tiefliegenden Niveaus die Energiedifferenz zum Grundzustand vergrößert. Dies liegt an folgendem: In jj -Kopplung ist der energetisch tiefste Zustand derjenige, bei dem die $p_{3/2}$ -Schale voll besetzt ist und ein Proton und ein Neutron sich in der $p_{1/2}$ -Schale befinden. Dieser Zustand ist für Wechselwirkungen aus dem Bereich B_1 mit etwa 78 bis 82% (Amplitude) und in B_2 mit etwa 93 bis 98% am Grundzustand beteiligt (vgl. Tab. 4 b). Die Wechselwirkung dieses Zustandes mit demjenigen (aus K_d), bei dem die beiden $p_{1/2}$ -Nukleonen in der $d_{5/2}$ -Schale sind, ist besonders stark und führt zu einer Beimischung mit einer Amplitude von etwa 20% (n_4). Die Beimischungen der anderen Funktionen aus K_d liegen dagegen alle unterhalb 10%. Die starke Mischung gerade dieser beiden Zustände erklärt auch die Tatsache, daß in B_2 der Grundzustand um einen größeren Energiebetrag gesenkt wird als in B_1 , weil dessen p-Schalenfunktion in B_2 praktisch allein aus dem tiefsten jj -Kopplungszustand aufgebaut ist.

Die Übereinstimmung mit den empirischen Energieniveaus ist recht befriedigend, wenn man bedenkt, daß der Beitrag aller höheren Konfigurationen vernachlässigt ist. In B_1 ist die Übereinstimmung im allgemeinen besser als in B_2 , jedoch kann man in diesem Bereich das GAMOW-TELLER-Matrixelement nicht zum Verschwinden bringen. In B_2 liegt der Zustand $(0,1)^+$ zu tief. Die Abweichung kann jedoch mit einem starken Majorana-Anteil der Tensorkraft verringert werden (vgl. Abb. 3). Eine andere Möglichkeit zur Beseitigung dieser Diskrepanz wird in Abschnitt 8 diskutiert.

7. Magnetisches Dipol- und elektrisches Quadrupolmoment

Der Grundzustand von N^{14} hat experimentell ein magnetisches Moment von

$$\mu_{\text{exp}} = 0,404 \text{ KM} \quad (\text{KM} = \text{Kernmagnetonen})$$

und ein Quadrupolmoment von

$$Q_{\text{exp}} \approx 1 \cdot 10^{-26} \text{ cm}^2.$$

Neuere, noch unveröffentlichte Messungen (vgl. Nucl. Structure, Pittsburgh Conference, Juni 1957, p. 319) sprechen für ein Quadrupolmoment von etwa $1,5 \cdot 10^{-26} \text{ cm}^2$.

In LS -Kopplung ist innerhalb der p -Schale das entsprechende Matrixelement gegeben durch:

$$Q = \frac{1}{\gamma} \left(\frac{2}{5} n_s n_d - \frac{1}{2} n_p^2 + \frac{7}{20} n_d^2 \right),$$

worin γ die Breite der Wellenfunktion angibt, also nach Abschnitt 3 ist $1/\gamma = 2,89 \cdot 10^{-26} \text{ cm}^2$.

Ein Vergleich mit (22) zeigt, daß man im Matrixelement von Q eine ähnliche Situation hat, wie in dem des β -Zerfalls: Wegen der stark anziehenden Spin-Bahnkopplung haben n_d und n_p die gleichen Vorzeichen. Um in (22) Kompensation erreichen zu können, muß n_s das gleiche Vorzeichen wie n_p und damit wie n_d haben, (da das Vorzeichen von c_p das umgekehrte ist wie das von c_s). Das ist aber auch genau die Forderung, die man zu stellen hat, wenn Q positiv und von einer dem experimentellen Wert entsprechenden Größe werden soll.

In Tab. 6 sind die Ergebnisse für μ und Q , wie sie sich für Wellenfunktionen ergeben, die mit den Wechselwirkungsansätzen 1 und 9 jeweils mit $w' - m' = -0,6$ berechnet wurden, angegeben. Wie in Tab. 4 (M_{GT}) werden auch hier getrennt aufgeführt:

- μ bzw. $Q(p)$: das reine p -Schalenergebnis,
- μ bzw. $Q(p')$: dasselbe nach der durch K_d veränderten Durchmischung,
- μ bzw. $Q(d)$: der Beitrag von K_d ,
- μ bzw. Q : die entsprechenden Werte bei Berücksichtigung der Konfiguration K_d .

Die Wellenfunktionen von N^{14} hängen innerhalb K_p nicht von $w' - m'$ ab und in K_d nur schwach. Die Berechnung von μ und Q wurde deshalb nur für $w' - m' = -0,6$ durchgeführt.

Ein Vergleich mit Tab. 4 zeigt, daß diejenigen Parameterkombinationen, die dem empirischen Wert von M_{GT} am nächsten kommen, auch die besten Ergebnisse für das Quadrupolmoment liefern.

In B_1 (Ansatz Nr. 1 bis 8) erhält man ein stark negatives Quadrupolmoment und ein etwa um 50% zu großes magnetisches Moment. In B_2 (9 bis 12) dagegen für μ befriedigende Übereinstimmung mit dem empirischen Ergebnis und ein positives, wenn auch zu kleines, Quadrupolmoment.

In der Arbeit von HÜPER⁸ wurde ebenfalls mit einer Wechselwirkung gerechnet, die in der Gegend der hier benutzten Ansätze 1 bis 4 liegt. Daß HÜPER für μ den sehr viel besseren Wert $\mu = 0,455 \text{ KM}$ erhalten hat, liegt an der Wahl der Spin-Bahnkopplungsparameter (vgl. Abschn. 2 b). Dadurch wird (in LS -Kopplung) der 3D_1 -Zustand zum tiefsten Zustand, während für die in 2 b) bestimmte Spin-Bahnkopplung H_{SS} bei starken Zentralkräften zum kleinsten Diagonalelement wird. Daß das „Überkreuzen“ von H_{SS} und H_{DD} den theoretischen Wert von μ verkleinert, zeigt sofort das Matrixelement für μ in LS -Kopplung:

$$\mu = 0,879 n_s^2 + 0,310 n_d^2 + 0,500 n_p^2.$$

	Ansatz-Nr.	$\mu(p)$	$\mu(p')$	$\mu(d)$	μ^*
B_1	1	0,650	0,549	0,033	0,582
B_2	9	0,340	0,330	0,052	0,383

Tab. 6 a.

	Ansatz-Nr.	$Q(p)$	$Q(p')$	$Q(d)$	Q^*
B_1	1	-0,950	-0,821	0,034	-0,786
B_2	9	0,701	0,178	0,067	0,246

* In Tab. 6 a ist μ in Kernmagnetonen (KM) und in Tab. 6 b Q in 10^{-26} cm^2 gemessen. $\mu_{\text{exp}} = 0,404 \text{ KM}$; $Q_{\text{exp}} = 1 \cdot 10^{-26} \text{ cm}^2$.

Tab. 6 b.

8. Diskussion der Ergebnisse und Schlußfolgerungen

Zunächst werden die für die folgende Diskussion erforderlichen Ergebnisse zusammengestellt:

1. Für die Parameter der Zentral- und Tensorkraft ergaben sich aus der Forderung der vollständigen Beschreibung der Zwei-Nukleonendaten zwei Lösungen (bzw. Lösungsbereiche, wenn man die experimentellen Unsicherheiten berücksichtigt): B_1 (starke Zentralkraft mit schwacher Tensorkraft langer Reichweite) und B_2 (schwache Zentralkraft mit starker Tensorkraft kurzer Reichweite). Die Spin-Bahnkopplungsparameter wurden aus den ($A=5$)- und ($A=17$)-Daten bestimmt.

2. Von den höheren Konfigurationen wurde K_d als die energetisch nächste ausgewählt und damit die Wellenfunktionen der niedrig angeregten Zustände durch die Forderung minimaler Gesamtenergie berechnet.

		M_{GT}	μ (KM)	Q (10^{-26} cm ²)	Energieniveaus im N^{14} (MeV)		
					(0,1) ⁺	(1,0) ⁺	(2,0) ⁺
B_1	exp.	0,002	0,404	1 bis 1,5	2,31	3,95	5 bis 6
B_1	K_p	1,80	0,650	- 0,95	1,85 (2,07)	2,78	4,02
B_1	$K_p + K_d$	1,58	0,582	- 0,79	2,44 (2,66)	3,32	4,31
B_2	K_p	0,22	0,340	0,70	- 1,08 (- 0,70)	1,91	3,01
B_2	$K_p + K_d$	0,56	0,383	0,25	0,43 (0,80)	3,10	4,22

Tab. 7.

$\Delta M_{GT}(B_1) \approx 7 \cdot M_{GT}(K_d, B_1)$ $\Delta Q(B_1) \approx 10 \cdot Q(K_d, B_1)$ $\Delta \mu(B_1) \approx 3 \cdot \mu(K_d, B_1)$ $\Delta E(B_1) \approx 0 \text{ bis } 1 \cdot E(K_d, B_1)$	$\Delta M_{GT}(B_2) \approx 1,5 \cdot M_{GT}(K_d, B_2)$ $\Delta Q(B_2) \approx 1,6 \cdot Q(K_d, B_2)$ $\Delta \mu(B_2) \approx 0,6 \cdot \mu(K_d, B_2)$ $\Delta E(B_2) \approx 1 \text{ bis } 2 \cdot E(K_d, B_2)$
--	---

Tab. 8.

3. In Tab. 7 sind die Ergebnisse für jeweils einen typischen Wechselwirkungsansatz aus B_1 und B_2 zusammengestellt. [(1) aus B_1 und (9) aus B_2 .] Da die $T=0$ -Ergebnisse innerhalb K_p von $w'-m'$ (Tensor) unabhängig sind und K_d nur eine schwache Abhängigkeit bewirkt, wurde davon nur $w'-m' = -0,6$ in Tab. 7 aufgenommen. Das Energieniveau (0,1)⁺ wird dagegen stark von $w'-m'$ beeinflußt. In Klammern sind deshalb dafür die Werte für $w'-m' = -1$ angegeben (vgl. Abb. 3).

In Abb. 4 wurden M_{GT} , μ , Q und das (0,1)⁺-Niveau für dieselben Wechselwirkungsansätze wie in Tab. 7 graphisch dargestellt, um Abhängigkeit von den jeweils berücksichtigten Konfigurationen aufzuzeigen. Dabei ist K_p' diejenige Konfiguration, in der die $p_{3/2}$ -Schale voll besetzt ist, also der tiefste Zustand in jj -Kopplung.

Tab. 7 und Abb. 4 zeigen, daß man für Wechselwirkungen aus B_2 für M_{GT} , μ und Q wesentlich bessere Ergebnisse erhält, als mit solchen aus B_1 . Die Energieniveaus (1,0)⁺ und (2,0)⁺ werden in B_2 und B_1 etwa gleich gut beschrieben, während das (0,1)⁺-Niveau in B_2 um etwa 1,5 bis 3 MeV zu tief liegt. Zur genaueren Untersuchung führen wir die Absolutwerte der Differenzen (Δ) zwischen experimentellen und theoretischen Werten ein und drücken sie durch Vielfache des Beitrages von K_d aus. Die Indizierung der Differenzen (Δ) ist ohne weiteres verständlich. „E“ bezeichnet das (1,0)⁺-Niveau. Die Absolutwerte der Beiträge von K_d werden wie folgt berechnet: $M_{GT}(K_d, B_n)$, $\mu(K_d, B_n)$, $Q(K_d, B_n)$ und $E(K_d, B_n)$, mit $B_n = B_1$ oder B_2 . Aus Tab. 7 erhält man dann Tab. 8.

Man sieht aus Tab. 8, daß in B_1 die Abweichungen von M_{GT} , Q (und μ) so groß sind, daß ein

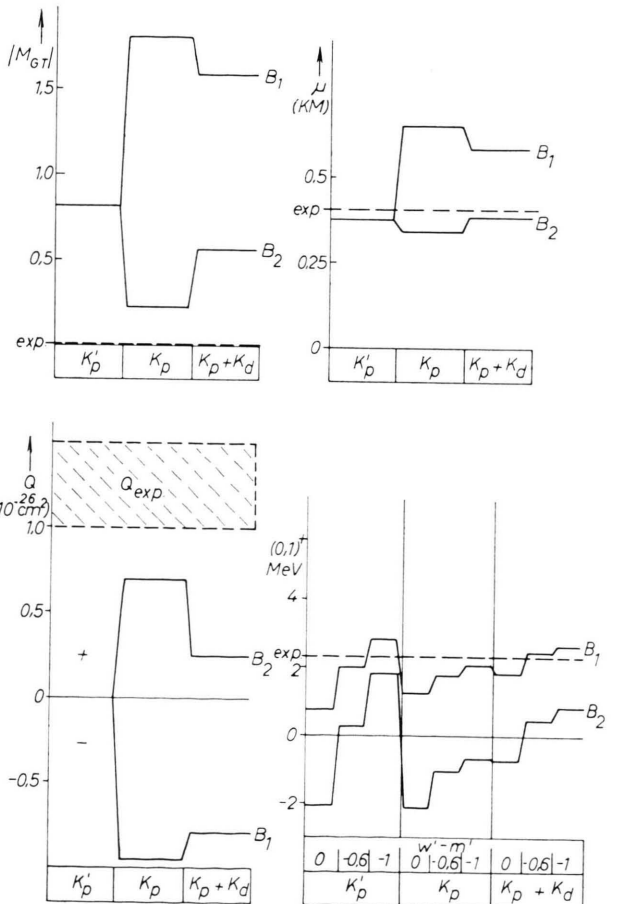


Abb. 4. Vergleich der theoretischen und experimentellen Werte von $|M_{GT}|$, μ , Q und das (0,1)⁺-Niveau in N^{14} für die Parameteransätze 1 (B_1) und 9 (B_2) in Abhängigkeit von den jeweils berücksichtigten Konfigurationen.

Vielfaches des jeweiligen Beitrages von K_d erforderlich ist, um die Diskrepanzen zu beseitigen. Nach den Erfolgen des Schalenmodells bei p-Schalenker-

nen und nach den Ergebnissen dieser Arbeit sind jedoch so starke Konfigurationsbeimischungen nicht zu erwarten. Deshalb sind Wechselwirkungen aus dem Bereich B_1 auszuschließen.

In B_2 sind dagegen alle Abweichungen etwa von der Größe des Beitrags von K_d . Machen wir die Annahme, daß eine oder einige wenige weitere Konfigurationen einen mit K_d vergleichbaren Beitrag liefern, dann können dadurch die verbleibenden Diskrepanzen zum Verschwinden gebracht werden. Zumindest von den Energienennern einer Störungsrechnung her besteht kein Grund dafür, daß einige weitere der in Abschnitt 4 genannten Konfigurationen einen wesentlich geringeren Beitrag als K_d liefern.

Danach kann man sagen:

Berechnet man die $A=14$ -Daten mit einer Wechselwirkung aus B_2 (schwache Zentralkraft mit starker Tensorkraft kurzer Reichweite), dann sind die Abweichungen [insbesondere die des Quadrupolmoments $Q(N^{14})$ und die des Matrixelements des C^{14} - β -Zerfalls] von den experimentellen Ergebnissen nur noch gering, und ihre Größe ist mit den zu erwartenden Beiträgen höherer Konfigurationen vergleichbar, so daß die seitherigen Erklärungsschwierigkeiten als gelöst angesehen werden können.

Von den hier berechneten Ergebnissen stimmt die Lage des $(0,1)^+$ -Niveaus am schlechtesten mit den empirischen Daten überein. Man kann versuchen, diese Diskrepanz einer Abweichung der „mittleren“ Wechselwirkung zweier Nukleonen in einem kompakteren Kern von der im Zweikörpersystem zuzuschreiben. Erhöht man zum Beispiel die Triplettstärke der Zentralkraft, dann kann diese Diskrepanz zum Verschwinden gebracht werden und die anderen

Ergebnisse ändern sich nur geringfügig. (VISSCHER und FERRELL¹¹ haben die Triplettstärke der Zentralkraft an der Bindungsenergie des He^4 justiert.) Bei der Unsicherheit des Beitrages weiterer Konfigurationen kann es sich dabei jedoch nicht um mehr als einen Hinweis handeln, und nicht um die gesicherte Feststellung eines Unterschieds der beiden in Rede stehenden Wechselwirkungen.

Eine andere Möglichkeit, die Lage des $(0,1)^+$ -Niveaus zu verbessern, wäre, den Austauschcharakter der Tensorkraft so zu wählen, daß $w' - m' \approx -2$ wird (vgl. Abb. 3). Es gibt jedoch hierfür keinen anderen Hinweis.

Bessere Ergebnisse für M_{GT} und Q lassen sich möglicherweise schon mit einer Konfiguration (K_t) gewinnen, in der ein Teilchen die $f_{7/2}$ -Schale besetzt. Ohne eine explizite Berechnung läßt sich jedoch nichts über das Vorzeichen sagen. Die Größe des Beitrages von K_t zu M_{GT} und Q ist sicherlich mit dem von K_d vergleichbar, besonders da in den Matrixelementen der Einteilchenoperatoren M_{GT} und Q auch gemischte Glieder der Koeffizienten $n_p n_t$ vorkommen. Da jedoch der Hauptbeitrag einer höheren Konfiguration (unter der Annahme, daß sie sich ähnlich verhält wie K_d) auf die Wellenfunktionen in einer Veränderung der Durchmischung der p-Schalenfunktionen zu bestehen scheint (vgl. Tab. 5), ist der Beitrag dieser „gemischten Glieder“ wohl nicht so wesentlich, wie man zunächst glauben könnte.

Für die Anregung zu dieser Arbeit und für fördernde Diskussionen bin ich Herrn Professor HEISENBERG sehr zu Dank verpflichtet. Herrn Dr. BREINIG, Herrn HÜPER und besonders Herrn Dr. LÜDERS danke ich für klärende Besprechungen und für wertvolle Anregungen. Herrn Professor BIERMANN möchte ich dafür danken, daß ich zur Durchführung der für diese Arbeit erforderlichen numerischen Rechnungen die elektronische Rechenmaschine G 1 benutzen konnte.